Wissen bereits

Entropie:

$$I = \sum_{i=1}^{K} p_i \mathrm{ld} \frac{1}{p_i}$$

kontinuierlicher Fall:

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \mathrm{ld} \frac{1}{f(x)} dx$$

wichtiges Beispiel: *Normalverteillung*

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

$$\Rightarrow \quad I = \frac{1}{2} \mathrm{ld}(2\pi e \sigma^2)$$

Gaußscher Kanal

- Sowohl des gesendete „Signal“ X als auch das Rauschen R ist normalverteilt!
- Empfänger erhält $Y = X + R$

  Frage: Wie viel Information wird übertragen?

Antwort

$$
\begin{aligned}
I &= \int_{-\infty}^{\infty} \left(I[X] - I[X|Y](y)\right) f_Y(y) dy = \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \left(I[Y] - I[Y|X](x)\right) f_X(x) dx = \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\mathrm{ld}\left(2\pi e(\sigma^2+\rho^2)\right) - \frac{1}{2}\mathrm{ld}\left(2\pi e \rho^2\right)\right) f_X(x) dx = \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2}\mathrm{ld}\left(\frac{\sigma^2+\rho^2}{\rho^2}\right) f_X(x) dx = \\
&= \frac{1}{2}\mathrm{ld}\left(1+\frac{\sigma^2}{\rho^2}\right) = \frac{1}{2}\mathrm{ld}\left(1+SNR\right)
\end{aligned}
$$

nächste Frage

Wie viel Information kann man übertragen, wenn ein *ganzes* Signal (eine Funktion, etwa auf $[0, 1]$ und nicht nur eine Zahl) gesendet wird?

Darauf gibts auch eine Antwort

- Sei $X(t)$, $t \in [0,1]$ das Signal
- Bilden *Fourierzerlegung*:

$$X(t) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} X_n \exp(2\pi i * n)$$

- Also: Durch das Signal werden implizit die X_n übertragen
- Folglich:

$$I = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \frac{1}{2} \mathrm{ld}\,(1 + SNR(n))$$

- Genauer:

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} \mathrm{ld}\,(1 + SNR(\omega))\, d\omega$$

Vorgehensweise zur Bestimmung der Bitrate

1. Sende Signal X an Neuron.
2. Bilde Rekonstruktion X_{est} aus erzeugtem Spike-Zug.
3. Setze $R = X_{est} - X$.
4. Berechne I nach der *Shannon-Hartley-Gleichung*.